ESCUELA SECUNDARIA TÉCNICA 121

Ciclo Escolar 2024-2025

GUÍA DEL EXAMEN EXTRAORDINARIO - MATEMÁTICAS 3RO

INDICACIONES: *Esta guía debe ser* ***hecha a mano en hojas blancas (queda prohibido sacarle copias /o impresiones)*** *se tiene que entregar al momento de realizar el examen.* ***Todas las hojas*** *deben de llevar* ***margen de color*** *y* ***tus datos personales (nombre completo, grado, grupo, turno y n.l.).*** *Si la entregas y está bien hecha, puede ayudarte en tu calificación final.*
Recuerda que una guía de estudio realizada y estudiada es la base para facilitar el aprendizaje, ya que te fomenta la lectura, la investigación, la memorización y comprensión de los temas cuando realizas los apuntes a conciencia.

1ER TEMA → MCM Y MCD

Teoría:

Mínimo Común Múltiplo

https://www.youtube.com/watch?v=fJ59J507ahE
https://www.youtube.com/watch?v=LJG0vuPNW5c
https://www.youtube.com/watch?v=txLIA_fyL5g
https://www.youtube.com/watch?v=Hxkb3i85qDw
https://www.youtube.com/watch?v=XmRg6UBOBiA

Mínimo Común Múltiplo (mcm)

¿Qué es el "mcm"?

El **mínimo común múltiplo** o también abreviado ***"mcm"***, *es el número positivo más pequeño que es múltiplo de dos o más números y que es común entre ellos mismos*. En pocas palabras el ***"mcm"*** es ***el múltiplo más pequeño que tienen en común dos o más números*** en cuestión. El mínimo común múltiplo se suele expresar como se dijo anteriormente con las siglas: **mcm *(a, b)*** siendo ***a*** y ***b*** los números en cuestión.

¿Qué es un múltiplo?

El múltiplo de cualquier valor es un número que multiplica a dicho valor y que el producto de esa multiplicación *(el resultado de la multiplicación)*, lo convierte en un múltiplo del valor inicial. En pocas palabras, *un múltiplo es el resultado de la multiplicación de dos o más números.*

Ejemplo:

Vamos a ver un ejemplo de los múltiplos de 2 y de 3. Para calcular sus múltiplos hay que ir multiplicando el 2 y el 3 por 1, por 2, por 3, etc.

2 x 1 = 2
2 x 2 = 4
2 x 3 = 6
2 x 4 = 8
y así sucesivamente hasta infinitos números.

3 x 1 = 3
3 x 2 = 6
3 x 3 = 9
3 x 4 = 12
y así sucesivamente hasta infinitos números.

Por consiguiente, se puede visualizar que los divisores de estos dos números son los siguientes:

Múltiplos del 2 = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18…

Múltiplos del 3 = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21…

Siguiendo con el ejemplo anterior, si quiero conocer el ***mínimo común múltiplo*** del ***"2"*** y del ***"3"***. Lo que se tiene que hacer es revisar en el listado de los múltiplos, ***cuáles números coinciden en cada valor y a esos valores se les llama "múltiplos comunes" o "común múltiplo"*** como se verá en con la siguiente descripción:

Múltiplos del 2 = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18…

Múltiplos del 3 = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21…

Por consiguiente, se puede definir que los ***múltiplos comunes*** o ***comunes múltiplos*** *son aquellos múltiplos que comparten dos o más números* como se vio en el ejemplo anterior

Habrá que ver qué múltiplos tienen en común el ***"2"*** y el ***"3"*** *(circulados de morado)*, es decir el ***"6"***, el ***"12*** y el ***"18"*** y así sucesivamente. Hay que tener en cuenta que los *múltiplos son infinitos* y que solo se ha mostrado los primeros de cada número.

Si el ***"mcm" (mínimo común múltiplo)*** *es el número más pequeño de los múltiplos comunes*, retomando el ejemplo anterior, si los *múltiplos comunes* de ***"2"*** y de ***"3"*** eran ***"6"***, ***"12"*** y ***"18"***, el ***mcm (2 , 3)*** es el múltiplo más pequeño en común y este sería el ***"6".***

Múltiplos del 2 = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18…

Múltiplos del 3 = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21…

Cómo calcular el mínimo común múltiplo (mcm)

Hay dos formas de **encontrar el mcm**:

a) El **primer método para calcular el mcm** es el que se describió anteriormente, es decir, escribimos los primeros múltiplos de cada número, señalamos los múltiplos que sean comunes y elegimos el múltiplo común más pequeño. Este método es el menos usado porque se demora mucho encontrar primero todos los múltiplos y posteriormente estar buscando el más pequeño para encontrar el **mcm** que se desea**.**

b) El **segundo método para calcular el mcm** es el más recomendable. A continuación, se va a describir con un ejemplo:

mcm (8 , 12)

1. Se debe de descomponer en factores primos los números en cuestión.

Esto quiere decir que vamos a dividir todos los números en cuestión entre los números primos yéndonos del más pequeño al más grande. Vamos a terminar cuando ya todos los números queden en la unidad como se mostrará a continuación

8	12	2 ×
4	6	2 ×
2	3	2 ×
1	3	3
1	1	

2. Multiplicar los factores encontrados.

En el siguiente paso deberás multiplicar los factores que encontraste y ese valor va a ser tu mcm

mcm = $2 \times 2 \times 2 \times 3$

mcm = 24

$\boxed{\textbf{mcm (8 , 12) = 24}}$

EJERCICIOS

Resuelve los siguientes ejercicios de "mcm". Debes de tener en tu cuaderno (en este apartado) todas las operaciones y procedimientos para encontrar el valor deseado, recuerda que resultados sin procedimientos ni operaciones no tienen ningún valor. Por consiguiente está prohibido utilizar calculadora o tener resultados solos.

1) $Encontrar\ el\ mcm\ (6\ ,8) =$

2) $Encontrar\ el\ mcm\ (12\ ,18) =$

3) $Encontrar\ el\ mcm\ (14\ ,26) =$

4) $Encontrar\ el\ mcm\ (25\ ,30\ ,35) =$

Resolución de problemas que impliquen "mcm"

https://www.youtube.com/watch?v=UPyCJGGS0Ok

https://www.youtube.com/watch?v=ErrJ38N3Pa0

Indicaciones:

Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno utilizando el conocimiento del MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO para su planteamiento y resolución. No se te olvide escribir en su resolución el planteamiento, los procedimientos y sus operaciones. Si pones solamente el resultado, tu problema no tendrá ningún valor.

1) Un camión de helados pasa cada 8 días por la casa de Juanito y un *"food truck"* que vende hamburguesas pasa cada 6 días también por la casa de Juanito. Se sabe qué hace 13 días atrás ambos vehículos pasaron por ahí mismo. Juanito quiere que su novia Chepina coma de los helados y las hamburguesas que vende por su casa el mismo día que vaya a su casa de visita. *Ayuda a Juanito a saber en cuántos días más debe citar a su novia Chepina para que pueda comer dicha comida.* R = ____.

b) Mario y Luigi son buenos hermanos y les gustan mucho las hamburguesas. Ellos comen en el mismo McDonald's de la ciudad "*Champiñón*". Mario asiste a ese McDonald's cada 3 semanas y Luigi va cada 12 días. *¿Cuándo volverán a encontrarse si la última vez que comieron juntos fue el 29 de mayo de este año?*

R = ____.

c) En el Puerto de San Blas, existe un pequeño faro que emite su luz cada 12 segundos. En la Bahía de Matanchén existe una torreta que emite su luz cada 18 segundos y en la Playa de Novillero hay una lámpara gigante que lo hace cada minuto. A las 9:30 PM las tres luces coincidieron. *Averigua las veces y las horas en que volverán a coincidir las luces en los siguientes quince minutos.*

R = ____.

Máximo Común Divisor

https://www.youtube.com/watch?v=I51IyBgzrQ0
https://www.youtube.com/watch?v=WD4rGWCRBYY
https://www.youtube.com/watch?v=JoHfq8hswmY
https://www.youtube.com/watch?v=e4Kd38jkFaQ

Máximo Común Divisor(MCD)

¿Qué es el "MCD"?

El **máximo común divisor** o también abreviado ***"MCD"***, *es el número positivo más grande que divide a dos o más números de forma exacta (sin dejar residuo)*. En pocas palabras es *es el número más grande por el que se pueden dividir exactamente dos o más números en cuestión*. El **MCD** se suele expresar como: **MCD *(a, b)*** siendo ***a*** y ***b*** los números en cuestión.

¿Qué es un común divisor?

El común divisor o también conocido el divisor común, va a ser *un número que divida exactamente a dos o más números* en cuestión. Un ejemplo de un divisor común *(común divisor)* del número 6 y 12 es el "2" aunque pudiera ser también el "6", esos dos números son los divisores comunes de 6 y 12. *Habrá veces que un conjunto de números no tenga ningún divisor común, a esto se le dice que el conjunto de números no tiene un común divisor.*

Ejemplo:

Vamos a ver un ejemplo de los divisores de **"24"** y del **"36"**. Para calcular sus divisores hay que ir dividiendo entre todos los números posibles que tengan divisibilidad exacta *(la división sin residuo)* y empieza del 2, luego el 3 hasta llegar al número en cuestión como se verá en los siguientes ejemplos:

24 ÷ 2 = 12	**36 ÷ 2 = 18**
24 ÷ 3 = 8	**36 ÷ 3 = 12**
24 ÷ 4 = 6	**36 ÷ 4 = 9**
24 ÷ 6 = 4	**36 ÷ 6 = 6**
24 ÷ 8 = 3	**36 ÷ 9 = 4**
24 ÷ 12 = 2	**36 ÷ 12 = 3**
	36 ÷ 18 = 2

Por consiguiente, se puede visualizar que los divisores de estos dos números son los siguientes:

Divisores del 24 = 2, 3, 4, 6, 8, 12
Divisores del 36 = 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18

Siguiendo con el ejemplo anterior, si quiero conocer el ***máximo común divisor*** del ***"24"*** y del ***"36"***. Lo que se tiene que hacer es revisar en el listado de los divisores, ***cuáles números coinciden en cada valor y a esos valores se les llama "divisores comunes" o "común divisor"*** como se verá en color morado en la siguiente descripción:

Divisores del 24 = 2, 3, 4, 6, 8, 12
Divisores del 36 = 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18

Habrá que ver qué divisores tienen en común el ***"24"*** y el ***"36"*** *(circulados de morado)*, es decir el ***"2"***, el ***"3"***, ***"4"***, el ***"6"*** y el ***"12"***. Hay que tener en cuenta que los divisores son un número finito *(que son contados)* a diferencia de los múltiplos que, a su vez, pueden existir casos que ni siquiera existan divisores para algún conjunto de números *(por ejemplo los divisores del 8 y del 9, no tienen divisores en común)*

Como se vio anteriormente, el ***"MCD" (Máximo Común Divisor)*** *es el número más grande de los divisores comunes*. Retomando el ejemplo anterior, si los *divisores comunes* de ***"24"*** y de ***"36"*** son ***"2"***, el ***"3"***, ***"4"***, el ***"6"*** y el ***"12"***, el ***MCD (24 , 36)*** es el divisor más grande en común y este sería el ***"12"***.

Divisores del 24 = 2, 3, 4, 6, 8, 12
Divisores del 36 = 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18

Cómo calcular el Máximo Común Divisor (MCD)

Hay dos formas de **encontrar el MCD**:

a) El **primer método para calcular el MCD** es el que se describió anteriormente, es decir, escribimos todos los divisores que tiene de cada número, señalamos los divisores que sean comunes y elegimos el divisor común más grande. Este método es el menos usado porque se demora mucho encontrar primero todos los divisores y posteriormente estar buscando el más grande para encontrar el **MCD** que se desea.

b) El **segundo método para calcular el MCD** es el más recomendable. A continuación, se va a describir con un ejemplo:

MCD (8 , 12)

1. Se debe de descomponer en factores primos los números en cuestión.

Esto quiere decir que vamos a dividir todos los números en cuestión entre los mismos números primos yéndonos del más pequeño al más grande. A diferencia del mcm, aquí solamente vamos a estar usando el divisor que divida exactamente a los números en cuestión, esto quiere decir que si un número no tiene divisibilidad por el número primo que estás revisando, deberás de pasarte al que sigue hasta terminar. Si no hay ninguna que coincida se dice que ese conjunto de números no tiene ningún divisor común.

8	12	2
4	6	2
2	3	

×

2. Multiplicar los factores encontrados.

En el siguiente paso deberás multiplicar los divisores que encontraste y sean comunes. Al hacerlo, habrás encontrado tu MCD.

MCD = 2×2

MCD = 4

$\boxed{\textbf{MCD (8 , 12) = } 4}$

EJERCICIOS

Resuelve los siguientes ejercicios de "<u>MÁXIMO COMÚN DIVISOR</u>". Debes de tener en tu cuaderno (en este apartado) todas las operaciones y procedimientos para encontrar el valor deseado, recuerda que resultados sin procedimientos ni operaciones no tienen ningún valor. Por consiguiente, está prohibido utilizar calculadora o tener resultados solos.

1) $Encontrar\ el\ MCD\ (14\ ,16) =$

2) $Encontrar\ el\ MCD\ (36\ ,84) =$

3) $Encontrar\ el\ MCD\ (75\ ,105) =$

4) $Encontrar\ el\ MCD\ (42\ ,70, 98) =$

Tema #2 – Resolución de problemas que impliquen "MCD"

https://www.youtube.com/watch?v=ST96pih1Ask
https://www.youtube.com/watch?v=hpwzXMAQOlo
https://www.youtube.com/watch?v=cCjV7Wpzb6g
https://www.youtube.com/watch?v=7thq2DrPn2k

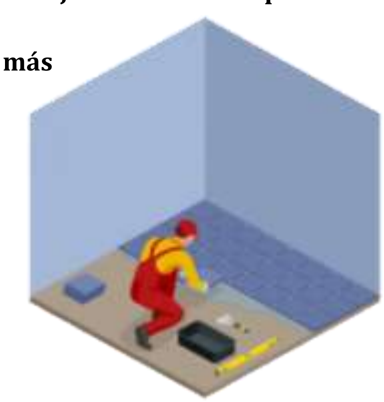
Indicaciones

Resuelve los siguientes problemas utilizando el conocimiento de <u>MÁXIMO COMÚN DIVISOR</u> para su planteamiento y resolución. No se te olvide escribir en tu resolución el <u>planteamiento</u>, los <u>procedimientos</u> y sus <u>operaciones</u>. Si pones solamente el resultado, tu problema no tendrá ningún valor.

1) En una papelería se tienen pliegos rectangulares grande de "papel fomi" que mide 90 cm de largo y 108 cm de ancho. Un estudiante quiere comprar 1 "pliego de fomi" y quiere que se lo corten en cuadritos que tengan la mayor superficie posible sin que sobre nada, solo que no sabe cuánto debe de medir el lado del cuadrado.
Ayuda al estudiante a poder saber ¿cuál debe ser la longitud del lado de los cuadrados que quiere que le corten en la papelería? y ¿cuántos cuadrados se van a poder obtener de ese pliego?
R = ____.

2) En un *"Aserradero"* se quieren cortar dos tablones de madera con el mismo ancho sólo que uno de ellos mide de 2.6 metros de largo y el otro mide 3.25 metros. La especificación del cliente es que quiere que, de esos tablones, se saquen tablas con la mayor longitud posible y que todas estas midan exactamente lo mismo, así como el optimizar todos los tablones para que no sobre nada de madera. *Ayuda al encargado del Aserradero a conocer cuánto puede medir la tabla con las especificaciones del cliente y cuántas va a poder sacar de los 2 tablones de madera.* R = ____.

3) Una inmobiliaria está a punto de vender una casa usada que se está restaurando en su totalidad a los deseos de los futuros dueños. Los dueños quieren cubrir con azulejos cuadrados el piso de la cocina que mide 280 cm de alto por 520 cm de ancho.
Si la dueña de la casa pidió específicamente que los azulejos sean lo más grande posible ya que muy chicos no le gustan en el piso, pero con la única restricción que no rompan ni dividan ninguno de ellos para que se vean todo el piso uniforme con sus cuadrados enteros.
Ayuda al diseñador de interiores de la inmobiliaria a conocer cuál azulejo debe pedir al proveedor que tenga la medida más grande sin que dividan ninguno de ellos en su colocación.
R = ____.



2DO TEMA → VOLÚMENES DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

Teoría:

¿Qué es el Volumen?

https://www.youtube.com/watch?v=pnYg98NxVjE
https://www.youtube.com/watch?v=3OHms-xi1WI
https://www.youtube.com/watch?v=LDKng_b7iX4
https://www.youtube.com/watch?v=jogZRNrihac
https://www.youtube.com/watch?v=jI5Rq_EIlhg
https://www.youtube.com/watch?v=KZee86AyI_k

INDICACIONES: Contesta el siguiente cuestionario apoyándote de los videos que se te proporcionaron anteriormente:

a) ¿Qué es el Volumen?: ____

____

b) ¿Qué es la Capacidad?: ____

____

c) Entonces… ¿cuál sería la diferencia entre Volumen y Capacidad? ____

____

d) ¿Quién fue Arquímedes y por qué se le atribuye a él el origen del cálculo del volumen? ____

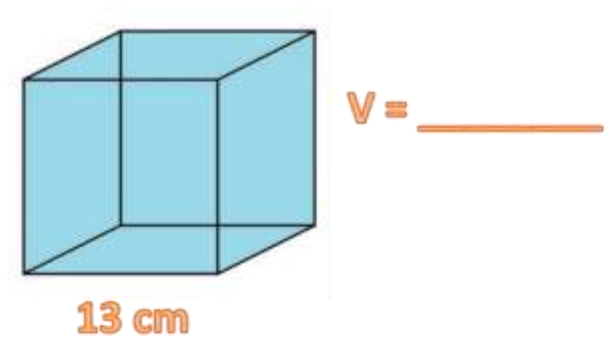
____

e) ¿Cuál es la unidad principal del volumen? ___________________ y ¿cuál es la unidad principal de la capacidad? ___________________

Tema #3 – Volumen del Cubo

https://www.youtube.com/watch?v=D4aVmnrZ4Ew
https://www.youtube.com/watch?v=AwOn6u57W38
https://www.youtube.com/watch?v=Y1yyj0JqDCo

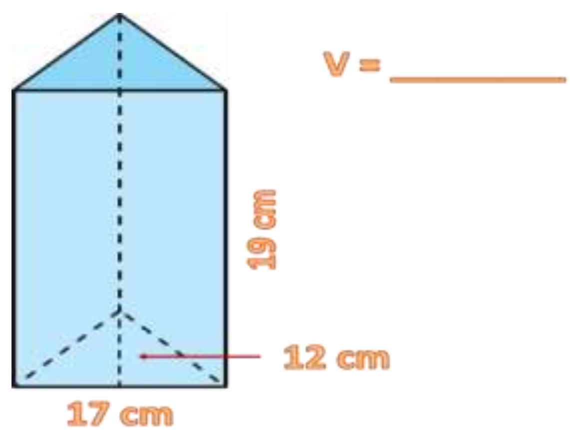
INDICACIONES: Encuentra el volumen del siguiente cubo:



Tema #4 – Volumen de Prismas

https://www.youtube.com/watch?v=4G4aOfXFwoc
https://www.youtube.com/watch?v=n0j1XwaroHs
https://www.youtube.com/watch?v=w9QQ5Pg7oxY
https://www.youtube.com/watch?v=64weeCZL3yc
https://www.youtube.com/watch?v=iXI8MJHGkN8

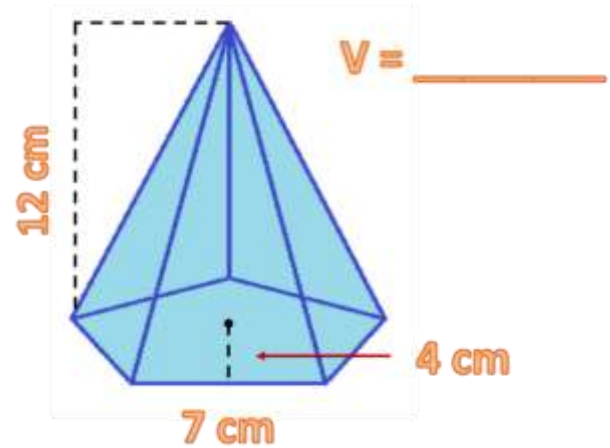
INDICACIONES: Encuentra el volumen del siguiente prisma:



Tema #5 – Volumen de Pirámides

https://www.youtube.com/watch?v=rVo4Xd1_CeA
https://www.youtube.com/watch?v=VpOKrHNLcEM
https://www.youtube.com/watch?v=UZyNFiQis9E
https://www.youtube.com/watch?v=9KR1UnlPjlU

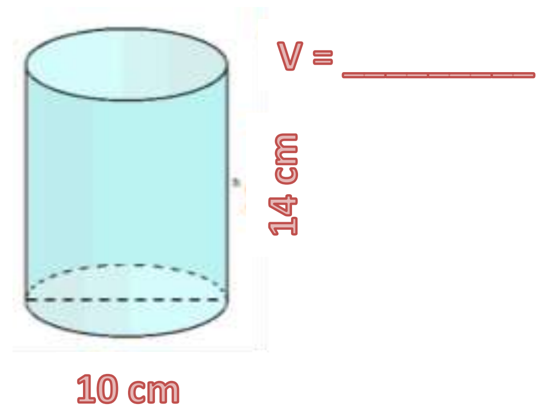
INDICACIONES: Encuentra el volumen de la siguiente pirámide:

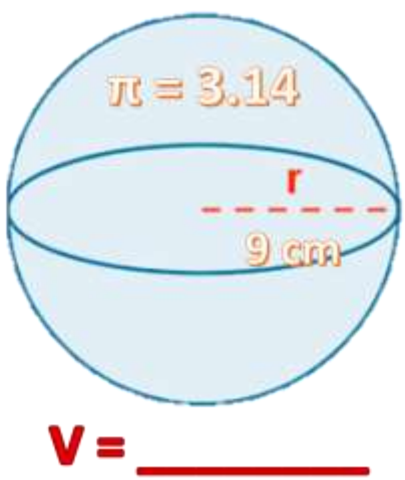


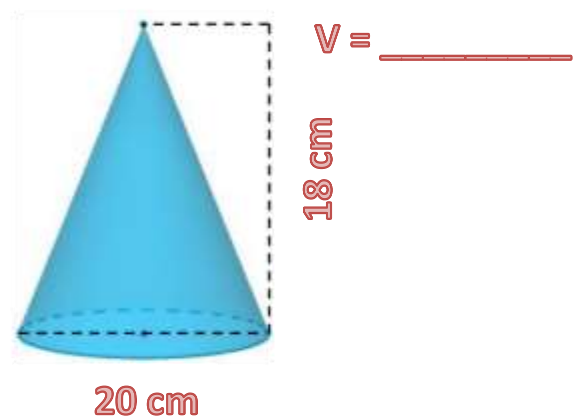
Tema #6 – Volumen de Cuerpos Redondos

https://www.youtube.com/watch?v=Cal94N065cA
https://www.youtube.com/watch?v=UfdQ7yosrIM
https://www.youtube.com/watch?v=MdU1V7GiOlg
https://www.youtube.com/watch?v=HY2oYz2Nv30
https://www.youtube.com/watch?v=V4Li3I-dgZg

INDICACIONES: Encuentra el volumen de los siguientes cuerpos redondos:







3ER TEMA → MULTIPLICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Teoría:

El **Álgebra**, *es la rama de las Matemáticas que emplea números, letras y signos para poder hacer referencia a múltiples operaciones aritméticas.* El término tiene su origen en el latín "álgebra", el cual, a su vez, proviene de un vocablo árabe que se traduce al español como "reducción" o "cotejo".

Término Algebraico

Un **Término Algebraico** *es un conjunto de partes que llevan a una expresión algebraica,* la cual nos hace emplear la incógnita de un problema. Un término algebraico *contiene* ***4 partes*** *esenciales para su existencia*:

La *primera parte* se le denominaría **Signo:** El signo va a ser la propiedad de un valor en ser positivo o negativo. Todos los números enteros distintos de cero son positivos o negativos, y tienen por tanto un signo. El signo me dictaminará posteriormente cuando se agrupe ese término, si se va a sumar o se va a restar su valor.

La *segunda parte* se llama **Literal:** La literal que como se vio anteriormente, es un valor que no se conoce y se representa con un símbolo, normalmente es una letra del abecedario, regularmente la literal más empleada en el álgebra es la letra "*x*".

La *tercera parte* se llama **Coeficiente:** El coeficiente de un término algebraico, es el número que acompaña a literal de forma antecesora y siempre va a estar multiplicando su valor con el valor de la incógnita.

La *cuarta parte* se llama **Exponente:** El exponente es el número que tiene elevado la literal y es una potencia de dicha literal. La potencia que tenga la literal va a ser las veces que se multiplica dicho valor por sí mismo. Cuando al parecer se vea que no tiene algún exponente, este tiene implícito el exponente "1", que quiere decir que el valor queda exactamente igual.

Por ejemplo:

1.- Signo
2.- Literal
3.- Coeficiente
4.- Exponente

$$-3x^2$$

Expresión Algebraica

Una **Expresión Algebraica** es un conjunto de números y símbolos representados por letras *(indicadores de incógnitas, ya que indican cantidades que no se conocen y se deben de averiguar)* que se encuentran vinculados entre sí por medio de signos, que señalan las operaciones que se necesitan hacer, ya sean sumas o restas.

Una **Expresión Algebraica** en pocas palabras se podría definir como *un conjunto de términos algebraicos donde si es la singularidad, se le llamará "Monomio" y si es la pluralidad se le denominará "Polinomio".*

Monomio: Un monomio es una expresión algebraica en la que se utilizan exponentes naturales de variables literales que constan de un solo término algebraico

Por ejemplo: $-2x$, $3b^4$, $(-\frac{1}{2}a^2)$, $\frac{7x^5}{3}$, *etc…*

Polinomio: Un polinomio es una **expresión algebraica** hecha con constantes, variables y exponentes, que están combinados usando sumas o restas y **están conformados por más de 1 término algebraico**. *(Pueden ser de dos o más términos algebraicos)*

Los polinomios que consten de solamente **2 términos algebraicos** se le denominará específicamente como ***"Binomios"*** y los polinomios que consten solamente de **3 términos algebraicos** se le denominan ***"Trinomios"***

Por ejemplo: $(x-1)$, $(3x+5)$, $(a-b)^2$, $(x^2 + 2xy + y^2)$, $(x^4 - 3x^3 + 10x^2 - 16x + 2)$, $\frac{(x^5-y^4-z^3)^2}{5}$, *etc…*

Términos Algebraicos Semejantes

Término Algebraico Semejante

Un **Término Algebraico Semejante** es un ***término algebraico*** que ***tiene una semejanza a otro término*** que, con ello ***se puede agrupar y hacer de dos o más términos algebraicos, uno solo.***

Se dice que un *término algebraico es semejante a otro cuando sus literales y sus exponentes son iguales*, aunque sus signos o sus coeficientes no lo sean.

En pocas palabras si dos o más términos contienen:

1. **Las mismas literales *(letras)***
2. **Los mismos exponentes en sus literales *(potencias)***

Estos términos son semejantes y se pueden agrupar solamente ***sumando sus coeficientes*** como se verá en el siguiente tema

Agrupación de Términos Algebraicos Semejantes

INDICACIÓN: Escribe en el cuaderno la información que se te proporcionará a continuación y posteriormente ve los videos tutoriales donde se te explicará de una forma más sencilla la temática que se va a trabajar.

Agrupación de Términos Semejantes.

Cuando tengas dos o más términos semejantes ya identificados *(mismas literales y mismos exponentes en ellas)*, se procede a la agrupación de los términos *sumando solamente los coeficientes que estas tengan*, esto *fijándose en los signos del término algebraico para saber si se va a sumar o restar el valor* y ver si los números son enteros o fraccionarios y así poder ejecutar la agrupación en una suma aritmética de ellos.
Lo vamos a entender mejor con el siguiente ejemplo:
Agrupar los siguientes términos algebraicos:

$$\mathbf{3x^2 + 8x^2}$$

Estos dos términos algebraicos son semejantes ya que tienen las **mismas literales** (***"x"***) y los **mismos exponentes en las literales ("*2*")** por consiguiente se pueden agrupar, esto se hace con una **suma aritmética de sus coeficientes** que en este caso son el ***"3"*** y el ***"8"*** que en su caso los dos valores ***son positivos***, por consiguiente, se realiza la suma: ***(3+8) = 11***

$$\mathbf{3x^2 + 8x^2 = 11x^2}$$

El acomodo de los términos algebraicos cuando existan más de un en la expresión algebraica, ***será siempre empezando del término algebraico que tenga la literal más cercana al principio del abecedario*** y ***segunda prioridad a revisar será el exponente que esta tenga, si es el más grande elevado, se empezará por este hasta llegar al de menor valor***.

Multiplicación de Expresiones Algebraicas.

La multiplicación de expresiones algebraicas **consiste en tener una expresión algebraica *(cualquiera que sea)* que se esté multiplicando por otra expresión algebraica *(de igual forma, cualquiera que sea).***
Te puedes dar cuenta de esto **por los signos de agrupación** *(paréntesis, corchetes y llaves).* Si tienes un conjunto de términos algebraicos *(expresión algebraica)* delimitados por un paréntesis y todo esto se está multiplicando por otro conjunto de términos algebraicos *(otra expresión algebraica)* tendrás una **multiplicación de expresiones algebraicas.**

Procedimiento para Multiplicar Expresiones Algebraicas

Para multiplicar expresiones algebraicas, se debe empezar a realizar la **multiplicación de término por término, empezando del primer término algebraico de la primera expresión algebraica** que va a **multiplicar a todos los términos algebraicos de la segunda expresión algebraica** como se mostrará a continuación:

$$(2a + 3b) * (4a - 5b)$$

Pasos para la Multiplicación de Términos Algebraicos

Como se mencionó anteriormente, cuando se tenga una multiplicación de expresiones algebraicas, se debe **realizar la multiplicación de términos algebraico por término algebraico,** cuidando el **orden de multiplicación que es de izquierda a derecha**.

Los pasos más sencillos para la Multiplicación de un término algebraico por otro término algebraico se verán a continuación:

1. **Lo primero que se deben de realizar es multiplicar los signos y para ello se utiliza la "Ley de los Signos".**
2. **Lo segundo que se debe de realizar es multiplicar los coeficientes, para esto se multiplican de forma aritmética los coeficientes, ya sean enteros por enteros o números fraccionarios por números fraccionarios o inclusive mixtos: enteros con fracciones.** (***Este punto es complicado el cual se debe de cuidar mucho ya que el valor resultante dependerá de la ejecución correcta de este paso***)
3. **Lo tercero que se debe de realizar, es multiplicar las literales, esto se hace solo juntando las literales que existan con sus exponentes de manera alfabética, siempre y cuando no haya mismas literales. En el caso de que hubiera literales con las mismas letras, se pone la misma literal y sus exponentes se suman.**

   Por ejemplo:

$$\left(-8x^2\right) * \left(-3x^3\right) = (- * -)(8 * 3)x^{2+3} = +24x^5$$

EJERCICIOS DE MULTIPLICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

INDICACIONES: Observa los siguientes videos que tienen relación con las temáticas expuestas para que te apoyes junto con la teoría y así puedas resolver los siguientes ejercicios de multiplicación de expresiones algebraicas:

ÁLGEBRA Y EXPRESIONES ALGEBRAICAS

https://www.youtube.com/watch?v=TbBNa0kSW1A&t=8s
https://www.youtube.com/watch?v=UNWFLuUfiX4&t=205s
https://www.youtube.com/watch?v=bTfqiCA5K90&t=51s
https://www.youtube.com/watch?v=cH_NPAETuvA
https://www.youtube.com/watch?v=6-1NJt3-ITg
https://www.youtube.com/watch?v=ZVUUd0uegog

Simplifica a su mínima expresión los siguientes polinomios agrupando los términos semejantes que pudieran tener. ***Deberás de escribir las operaciones que hayas realizado para dar con el valor encontrado, respuestas sin fundamento no tendrán validez***

1.- $-3x^2 + 3x - 12x + 4x^2 - 9y^3 + 7y^2 + 4y^3 + 8y^2 =$

2.- $a^3 - 2a^2 + 3a - 2a^3 + 8a^2 - a + 11a^4 - 3a^3 - 7a^4 =$

Desarrolla las siguientes multiplicaciones de expresiones algebraicas y simplifica las expresiones resultantes reduciéndolas a su mínima expresión agrupando los términos semejantes que existan.
Deberás de escribir las operaciones que hayas realizado para dar con el valor encontrado, respuestas sin fundamento no tendrán validez

a) $(3a^2+2b^3)(3a^2-2b^3)=$ ***b)*** $(18x^3+12x^2)(\frac{2x^3}{4}+\frac{3x^2}{9})=$

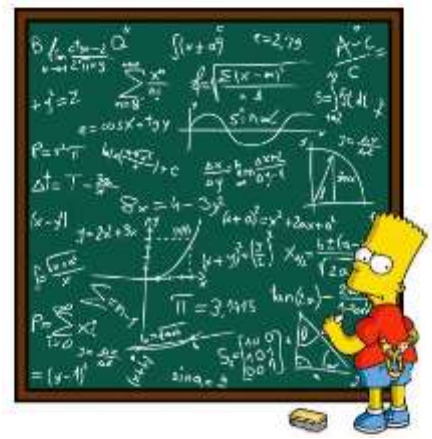
4TO TEMA → ECUACIONES LINEALES

Teoría:

Ecuaciones Lineales

Ecuación

Una **Ecuación** es una **igualdad matemática** entre **dos expresiones, denominadas miembros y separadas por el signo igual**, en las que aparecen elementos conocidos y **por lo menos hay un número desconocido** *(un valor que no conozco)*, llamado **"incognita" o "variable"** y es **expresado por una literal** *(letra)* que se cumple para determinado valor numérico para dicha incógnita.



Los valores conocidos pueden ser números, coeficientes o constantes y **los valores desconocidos se le denominaran literales o variables** dependiendo la ecuación que se esté trabajando.

Ecuación Lineal o de Primer Grado

Una ecuación de primer grado o ecuación lineal es una **igualdad matemática que involucra una o más variables *(literales)* elevadas a la primera potencia** y también, **no contiene productos entre las variables, solamente se involucran sumas y restas entre las variables**. En pocas palabras, **una ecuación lineal es una igualdad matemática donde sus literales están elevadas al exponente "1".**

Procedimiento para la Resolución de Ecuaciones

1. *Se verifica que en los dos miembros (lados) de la ecuación* **estén simplificados todos los términos**, si no fuera así, simplificar los términos algebraicos y los valores conocidos lo más que se pueda.
2. Se hace la **"transposición de términos"**. *En un miembro de la ecuación se pasan todos los valores que contenga la literal, y en el otro lado de la ecuación los que carezcan de esta (literal)*. Normalmente se maneja en el miembro izquierdo las literales, aunque si en el ejercicio es conveniente mandarlas al lado derecho de la ecuación, se puede hacer sin problema alguno. **Para pasar los términos del otro lado de la ecuación, se tiene que hacer con su operación inversa en ambos lados de la ecuación. Si está sumando, se restará y viceversa, si está multiplicando algo, se dividirá**
3. *Se* **reducen los términos semejantes** *lo más que se pueda.*
4. **Se despeja la incógnita**, *dividiendo ambos miembros de la ecuación entre el coeficiente de la literal*. *(inverso multiplicativo).*
5. **Se simplifica la ecuación y se obtiene el resultado de la literal**.

Por ejemplo:

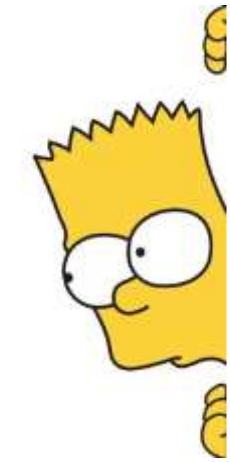
$$x - 20 = 50$$

$$x - 20 = 50$$

$$x - \cancel{20} + \cancel{20} = 50 + 20$$

$$x = 50 + 20$$

$$\boxed{x = 70}$$



Comprobación del valor obtenido en una ecuación

Es importante que siempre que **encuentres el valor de la literal en una ecuación**, estés seguro de que ese valor sea correcto. No siempre que resuelvas una ecuación quiere decir que el valor es correcto, puede que al realizarla te hayas equivocado en un procedimiento aritmético y sin darte cuenta lo estés resolviendo mal. Para saber si tu valor obtenido es correcto, lo que debes de hacer es **comprobar dicho valor en la ecuación**, **sustituyendo el valor de la literal *(el número que vale la letra)* en la ecuación**. Para **sustituir un valor en la ecuación*, lo vamos a cambiar por la literales que haya en la ecuación***, cuidando que si tiene algún ***"coeficiente"*** manejarlo como se debe, ***recordando que tiene que multiplicarse dicho valor por el coeficiente*** ya que *el coeficiente es el número que multiplica a la literal*. Ya al sustituir el valor de la literal en la ecuación, lo que se debe de hacer es **resolver el conjunto de operaciones** que se obtenga de manera cuidadosa, siguiendo la **"Jerarquía de Operaciones"** para saber qué operación va primero ***(1ra = Operaciones dentro de paréntesis, 2da = otencias y/o Raíces, 3er = Multiplicaciones y Divisiones y 4to = Sumas y Restas)*** como se verá a continuación:

$$\textit{Sustituir}\ \boxed{\text{“}x = 4\text{"}}\ \textit{en la Ecuación}$$

Escribir la ecuacion

$$2x - 3 = 5$$

Cambiar el valor de la literal

$$2(4) - 3 = 5$$

Realizar primero la multiplicación (en este caso)

$$(2 \times 4) - 3 = 5$$

Por jerarquía de operaciones, seguiría la resta

$$8 - 5 = 5$$

Al final debe de quedar una igualdad y así el valor es correcto

$$\boxed{5 = 5}$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE ECUACIONES LINEALES

INDICACIONES: Observa los siguientes videos que tienen relación con las temáticas expuestas para que te apoyes junto con la teoría y así puedas resolver los siguientes ejercicios de ecuaciones lineales

ECUACIONES LINEALES

https://www.youtube.com/watch?v=4deqfEa1TsA
https://www.youtube.com/watch?v=kNUG9WXv548
https://www.youtube.com/watch?v=H2Uz1UpqByg
https://www.youtube.com/watch?v=MpDgaKryZ_k
https://www.youtube.com/watch?v=By6jw2lbSF0
https://www.youtube.com/watch?v=qaDV-0I1lek
https://www.youtube.com/watch?v=j09PkH5I5fY
https://www.youtube.com/watch?v=g2UAfa9fVyo

Resuelve las siguientes ecuaciones encontrando el valor de la incógnita *(literal)*. ***Debes de comprobar dicho valor sustituyéndolo en la ecuación para ver si te da la igualdad y así saber si está correcto.***

a) $3x + 3 = 4x - 2$

b) $4(x + 3) - 3x = 3(x + 7) - 5(x - 3)$

Resuelve los siguientes problemas encontrando el valor deseado y respondiendo la incógnita del problema
Deberás de escribir todos los planteamientos, procedimientos y operaciones que hayas realizado para dar con el valor encontrado, respuestas sin fundamento, no tendrán validez

1.- Si la cabeza de Bob Esponja es un cuadrado y su perímetro es mide 148 cm, ¿cuánto medirá cada uno de sus lados?

2.- Charlie Brown compro ocho plumas iguales. Si pago con un billete de $200.00 y le regresaron $64.00 de cambio ¿Cuánto le costó cada una? Identifica la ecuación que se plantea.

5TO TEMA → ECUACIONES CUADRÁTICAS

Teoría:

Ecuación Cuadrática

Una ecuación cuadrática o también denominada de 2do grado, ***es una ecuación que tiene una incógnita, pero uno de sus términos algebraicos tiene un exponente elevado a la potencia "2" o como se dice, al "Cuadrado"***, de ahí viene su nombre.
Este tipo de ecuaciones, sí pueden contener productos *(multiplicaciones)* entre las variables, a comparación de las ecuaciones lineales, que solamente involucraban sumas y restas de una variable a la primera potencia.

Una ecuación cuadrática maneja una ***"expresión general"*** y esto significa que la ecuación ***debe estar igualada a "0"*** como se mostrará con la siguiente fórmula:

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad a \neq 0$$

Donde "x", es la literal *(incógnita)* que se desea conocer y "a", "b" y "c", van a ser las constantes

"a" = **Coeficiente Cuadrático** ***(tiene que ser distinto a 0)***

"b" = **Coeficiente Lineal**

"c" = **Término Independiente o Constante Independiente** ***(Valor Numérico Aislado)***

Solución de una Ecuación Cuadrática

Para una ecuación de segundo grado o cuadrática con coeficientes reales o complejos, se dice que existen *dos soluciones* que no necesariamente deben ser distintas denominadas: ***"raíces"***.
Para esto se debe de ejecutar el uso de la ***"Formula General"*** y así poder encontrar las raíces de la ecuación:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

"±" ***(más-menos)*** *es para indicar las 2 posibles soluciones*

Utilizando la ***Formula General***, solamente se debe de tener la ecuación como ***"expresión general"*** para poder encontrar los valores de: "a", "b" y "c", y sustituirlos en esta fórmula. Ya encontrados y sustituidos dichos valores de la ecuación cuadrática, simplemente se procede a desarrollar las operaciones siguiendo la jerarquía de operaciones para encontrar los dos valores de la literal. En algunas ocasiones, se puede encontrar que el segundo valor de la ecuación viene siendo el mismo valor que el primero o en su defecto, se dice que solamente tiene una solución.

Discriminante

Se le va a llamar **"Discriminante" (Δ)** a la obtención del "radicando" *(del valor que tiene raíz)* en la "fórmula general". Normalmente antes de iniciar con alguna resolución de una ecuación cuadrática, es recomendable sacar el valor del discriminante (Δ) para ver si este valor cumple con las siguientes particularidades:
Si **"Δ"** es ***"= 0"***, la ecuación tiene ***una única solución***.
Si **"Δ"** es ***"> 0"***, la ecuación tiene ***dos posibles soluciones reales distintas***.
Si **"Δ"** es ***"< 0"***, se dice que la ecuación ***no tiene soluciones*** *(reales)*.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{4a} \quad \rightarrow \quad (b^2 - 4ac) \quad \rightarrow \quad \text{"}\Delta\text{"} \qquad \therefore \qquad \Delta = b^2 - 4ac$$

Solución de una Ecuación Cuadrática por Fórmula General

Encontrar los valores de la siguiente ecuación cuadrática utilizando la Fórmula General:

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

Lo primero que se debe de realizar es transcribir la Fórmula General para poder saber cuáles son los valores que voy a necesitar para poder sustituirlos y así empezar la resolución de dicha ecuación:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{4a}$$

Ya escrita la Fórmula General, se procede a buscar los valores de las constantes que tiene esta fórmula que son: ***"a"***, ***"b"*** *y* ***"c"***, con sus signos.

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

"a" **= 3** ***"b"*** **= 5** ***"c"*** **= - 2**

Ya teniendo los valores, se procede a la sustitución de dichos valores, ahora en la Fórmula General:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(3)(-2)}}{2(3)}$$

El signo de "±" indica que cuando tengas el valor del discriminante (**Δ**), se le procede a sacar la raíz cuadrada de dicho valor, solo que como se sabe, el valor de las raíces pares pueden ser positivos o negativos, ya que la multiplicación de cualquier potencia par, siempre va a dar un valor positivo, por ello se pone el valor en "**±**" para de ahí encontrar los 2 valores de la incógnita.
En este caso quedaría la resolución del discriminante de la siguiente forma:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(3)(-2)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{6}$$

$$x = \frac{-5 \pm 7}{6}$$

Ya sacando la raíz del valor discriminante (**Δ**), se puede separar la fórmula en dos, donde se encuentra el primer valor de la incógnita llamado "x_1" ***(este sería el valor con el signo de "+")*** y el segundo valor de la incógnita que se denominaría "x_{2}2" ***(este sería el valor con el signo de "-")*** como se verá a continuación:

$$x_1 = \frac{-5 + 7}{6} \rightarrow x_1 = \frac{2}{6} \rightarrow x_1 = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{-5 - 7}{6} \rightarrow x_2 = \frac{-12}{6} \rightarrow x_2 = -2$$

Ya cuando se hayan encontrado los valores de "x", se procede a realizar la **comprobación de los valores obtenidos**, sustituyéndolos en la ecuación inicial, como son dos valores, se debe de hacer dos comprobaciones, una por cada valor obtenido. Si en una de ellas da el valor de la igualdad a "0", el otro tiene un porcentaje muy alto de que salga de igual forma con dicha igualdad a "0" (***"0 = 0"***) solo se debe realizar para saber que los valores se han obtenido de una forma correcta.

Sustituir "$x = \frac{1}{3}$" en la ecuación

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$3\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 5\left(\frac{1}{3}\right) - 2 = 0$$

$$3\left(\frac{1}{9}\right) + \left(\frac{5}{3}\right) - 2 = 0$$

$$\left(\frac{3}{9}\right) + \left(\frac{5}{3}\right) - 2 = 0$$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{5}{3}\right) - 2 = 0$$

$$\left(\frac{6}{3}\right) - 2 = 0$$

$$2 - 2 = 0$$

$$0 = 0$$

Sustituir "$x = -2$" en la ecuación

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$3(-2)^2 + 5(-2) - 2 = 0$$

$$12 - 10 - 2 = 0$$

$$12 - 12 = 0$$

$$0 = 0$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE ECUACIONES CUADRÁTICAS

INDICACIONES: Observa los siguientes videos que tienen relación con las temáticas expuestas para que te apoyes junto con la teoría y así puedas resolver los siguientes ejercicios de ecuaciones cuadráticas

ECUACIONES CUADRÁTICAS

https://www.youtube.com/watch?v=Qj6Tjyu_5VM
https://www.youtube.com/watch?v=3meQS_ttQIE
https://www.youtube.com/watch?v=_bP6NowsO-Y
https://www.youtube.com/watch?v=ZC67c5ar9mA
https://www.youtube.com/watch?v=BxrJmKdPHRs
https://www.youtube.com/watch?v=BxrJmKdPHRs

https://www.youtube.com/watch?v=-qq8Vsxjr4w
https://www.youtube.com/watch?v=KJxWGwObrmY
https://www.youtube.com/watch?v=BmbaH4r1TIM
https://www.youtube.com/watch?v=IDYd8CrXPEo
https://www.youtube.com/watch?v=1g0da1bFBIs
https://www.youtube.com/watch?v=4dhF-9tneHI

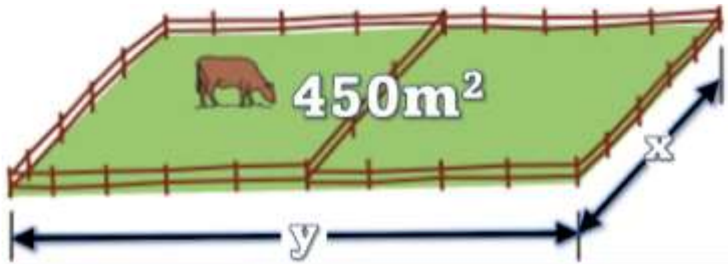
Resuelve las siguientes ecuaciones encontrando el valor de la incógnita *(literal)*. ***Debes de comprobar dicho valor sustituyéndolo en la ecuación para ver si te da la igualdad y así saber si está correcto.***

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$ b) $2x^2 + 3 = 7x$ c) $4x^2 = 16$

Resuelve los siguientes problemas encontrando el valor deseado y respondiendo la incógnita del problema

Deberás de escribir todos los planteamientos, procedimientos y operaciones que hayas realizado para dar con el valor encontrado, respuestas sin fundamento, no tendrán validez

1.- Un terreno rectangular mide 7 metros más de largo que de ancho y su área es de 450 m^2 ¿Cuáles son las dimensiones del terreno? *(plantea la ecuación para encontrar el resultado)*



2.- En una casa hay un jardín de forma rectangular que mide 50 m de largo y 34 m de alto. Este está rodeado por una parcela de arbustos como se muestra en la ilustración. Encuentra la anchura de la parcela si se sabe que su área *(de la parcela)* es 540 m^2 *(plantea la ecuación para encontrar el resultado)*

6TO TEMA → TRIGONOMETRÍA – TEOREMA DE PITÁGORAS

Teoría:

Trigonometría

La **Trigonometría** ***es la rama de las matemáticas que se dedicada al estudio de la relación entre los lados y ángulos de los triángulos, específicamente de los triángulos rectángulos*** *(cuyo significado etimológico es 'la medición de los triángulos'. Deriva de los términos griegos τριγωνος trigōnos 'triángulo' y μετρον metron 'medida')*. En términos generales, la trigonometría se especializa en ***el estudio de las razones trigonométricas: seno, coseno, tangente***. *(y sus inversas como la cotangente, secante y cosecante*).

Aplicación de la Trigonometría

La trigonometría se aplica a otras ramas de la *geometría*, o la *geometría analítica* en particular *geometría plana o geometría del espacio*. En soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias *(y = y´)*, series de Fourier usadas en ecuaciones en derivadas parciales. Se usa también en la mecánica y otras ciencias y ramificaciones. De igual forma, posee numerosas aplicaciones, entre las que se encuentran: *las técnicas de triangulación, por ejemplo, son usadas en astronomía para medir distancias a estrellas próximas, en la medición de distancias entre puntos geográficos, y en sistemas globales de navegación por satélites.*

Trigonometría y los Triángulos

Como se vio anteriormente, la trigonometría *es la rama de las matemáticas que estudia la relación entre los lados y ángulos de los triángulos* y por ello es importante saber repasar algunos conceptos de geometría sobre los triángulos como su clasificación para poder entender de lleno las conceptualizaciones de trigonometría sin ninguna complicación.

Tipos de triángulos

¿Qué tipos de triángulos existen?

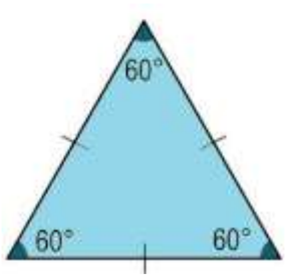
Un triángulo es un polígono, es decir, una figura geométrica plana que consta de tres lados, tres vértices y tres ángulos, los cuales suman 180º. Los triángulos se clasifican de acuerdo a sus características, esto es, según el tamaño de sus lados y a la amplitud de sus ángulos.

Tipos de triángulos según sus lados

Los nombres de los triángulos según sus lados son: equilátero, isósceles y escaleno. Cada uno de ellos tiene diferentes características que desarrollaremos a continuación.

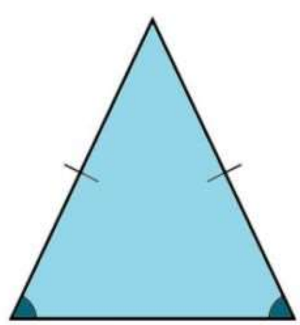
Triángulo Equilátero

El triángulo equilátero es aquel que se caracteriza por tener todos los lados iguales. En consecuencia, todos los ángulos de un triángulo equilátero tienen 60º. El triángulo equilátero es un polígono regular.



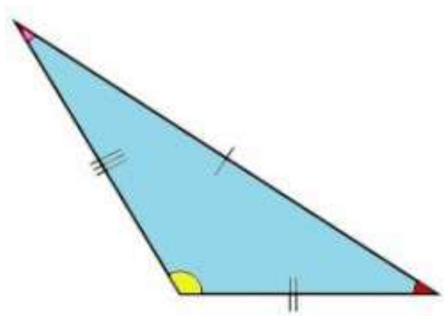
Triángulo Isósceles

Los triángulos isósceles se caracterizan por tener dos lados iguales y uno diferente. En consecuencia, también tiene dos ángulos iguales.

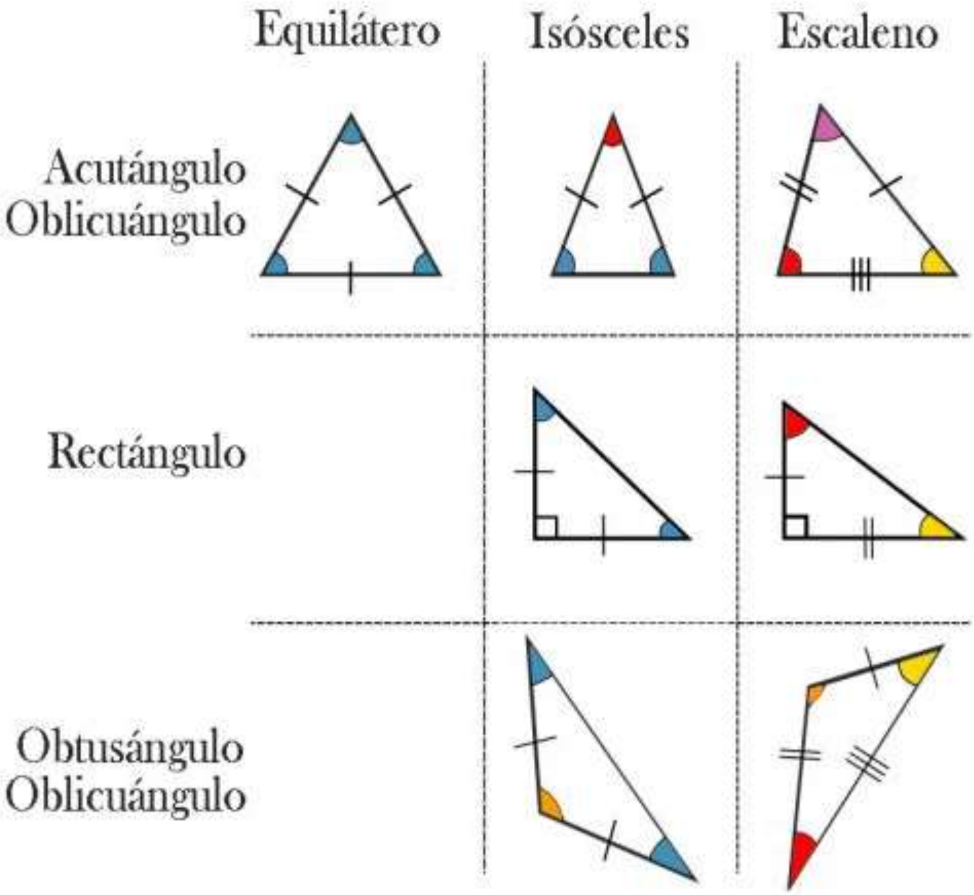


Triángulo Escaleno

Un triángulo escaleno es aquel que se caracteriza por tener todos sus lados y ángulos desiguales, es decir, diferentes entre sí.



Tipos de triángulos según sus ángulos



Los triángulos se pueden clasificar de acuerdo a la amplitud de sus ángulos, los cuales pueden ser rectos (iguales que 90º); agudos (menores que 90º) y obtusos (mayores que 90º).

Triángulo rectángulo

Los ***triángulos rectángulos son aquellos que están formados por un ángulo recto (90°) y dos ángulos agudos***. Por lo tanto, el lado mayor es la hipotenusa.

Por ejemplo, algunos triángulos isósceles y escalenos. Eso, sin embargo, nunca puede ocurrir con un triángulo equilátero ya que la medida de sus ángulos es invariable.

Triángulo oblicuángulo

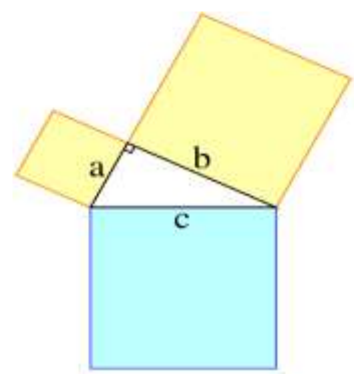
Se llaman ***triángulos oblicuángulos a aquellos que se caracterizan por no tener ningún ángulo recto***. En este grupo se encuentran tanto los acutángulos como los obtusángulos que, aunque son diferentes entre sí, comparten dicha característica.

- **Triángulo acutángulo**: *son aquellos que tienen tres ángulos agudos.*
- **Triángulo obtusángulo:** *son aquellos tienen un ángulo obtuso y dos ángulos agudos.*

Teorema de Pitágoras

https://www.youtube.com/watch?v=eTEBvBlz8Ok
https://www.youtube.com/watch?v=XfVWIO3sRw0
https://www.youtube.com/watch?v=2UbdPiqAiHY
https://www.youtube.com/watch?v=2UbdPiqAiHY
https://www.youtube.com/watch?v=CJ8bpjhwA2k

Teorema de Pitágoras



Para poder trabajar con Trigonometría es importante tener como conocimiento previo el **"Teorema de Pitágoras"** y como se relaciona las propiedades de los lados de un **"triángulo rectángulo".** Por eso a continuación se va a hacer un repaso de dicha temática.

Conceptualización del "Teorema de Pitágoras"

El **Teorema de Pitágoras** establece que en todo triángulo con un ángulo recto *(de 90°)* denominado *"triángulo rectángulo"*, ***el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las respectivas longitudes de los catetos***. Es la proposición más conocida entre las que tienen nombre propio en la matemática.

Si en un triángulo rectángulo hay catetos de longitud "a" y "b" la medida de la hipotenusa es "c", entonces se cumple la siguiente relación:

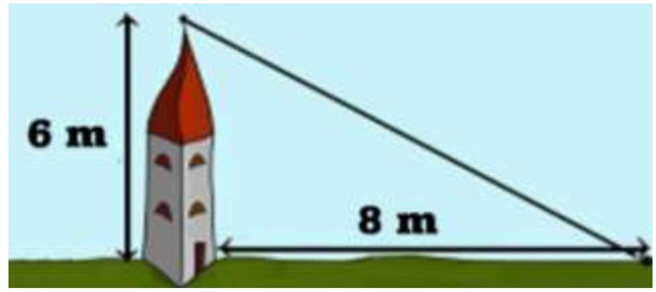
$$a^2 + b^2 = c^2$$

De esta ecuación se puede deducir tres *corolarios* de verificación algebraica para sacar cada lado de un triángulo rectángulo si se tiene los otros dos lados de dicha figura como se mostrará a continuación:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} \qquad b = \sqrt{c^2 - a^2} \qquad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

[Corolario (del latín corollarium) es un concepto referido a una proposición tanto en matemática como en lógica que se utiliza para designar la consistencia de un teorema ya demostrado, sin necesidad de invertir esfuerzo adicional en su demostración.]

Resolución de un problema con la aplicación del "Teorema de Pitágoras":



1. **Se quiere colocar un cable desde la cima de una torre de 6 metros altura hasta un punto situado a 8 metros de la base la torre.**
   ¿Cuánto debe medir el cable?

El cable coincide con la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos medirían: a = 6 m y b = 8 m.

Si nos ponemos analizar en el diagrama, se crea una figura de un triángulo rectángulo donde la longitud del cable se convertiría en nuestra "hipotenusa" y como se desea conocer solo aplicamos el Teorema de Pitágoras donde dice que:

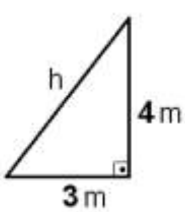
$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = (6)^2 + (8)^2$$
$$c^2 = 36 + 64$$
$$c^2 = 100$$
$$\sqrt{c^2} = \sqrt{100}$$
$$\boxed{c = 10}$$

R = El cable de la torre tiene que medir 10 mts de longitud

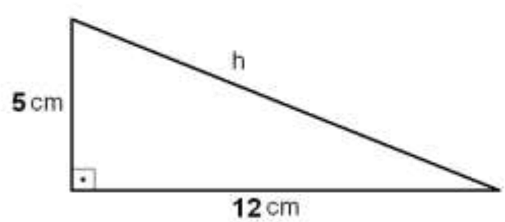
Ejercicios y Problemas de Teorema de Pitágoras

I. Encuentra los valores faltantes en los siguientes triángulos rectángulos utilizando el Teorema de Pitágoras

Ejercicio 1 Halla la medida, en metros, de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 3 y 4 metros.



Ejercicio 2 Halla la medida, en centímetros, de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 5 y 12 centímetros.



II. Resuelve los siguientes problemas expuestos utilizando el Teorema de Pitágoras encontrando la respuesta a la incógnita del problema. No se te olvide plasmar el planteamiento del problema como los procedimientos y/o operaciones para encontrar el resultado.

1. **Un albañil apoya una escalera de 5 m de largo contra un muro vertical. El pie de la escalera está a 3 m del muro. Calculen a qué altura se encuentra la parte superior de la escalera.**

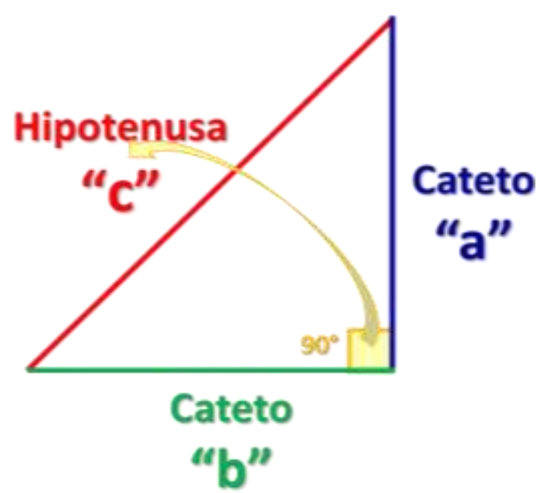
2. **En la esquina de una plaza rectangular se encuentra un puesto de helados. Si estoy en la esquina opuesta diagonalmente, ¿cuántos metros tengo que recorrer en diagonal para llegar al puesto? Los lados de la plaza miden 49 m y 81 m.**

6TO TEMA → TRIGONOMETRÍA – RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Teoría:

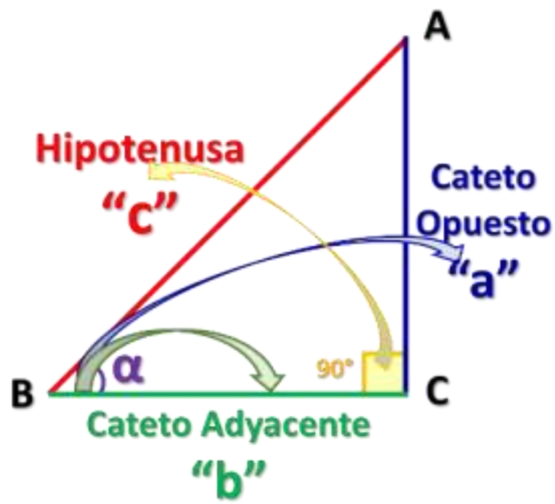
Partes de un Triángulo Rectángulo

Recordamos que un triángulo es rectángulo cuando tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90°. En un triángulo rectángulo, se le asignan nombres a cada uno de sus lados dependiendo sus características. Se le llama **"Hipotenusa"** al _lado más largo del triángulo rectángulo_ y este lo podemos encontrar porque siempre va a ser el _lado que está opuesto al ángulo recto (90°)_. Los otros dos lados se denominan **"Catetos"** y estos son _los lados que conforman al ángulo de 90°_. Hay algunas bibliografías que le denominan según su longitud como *"cateto mayor"* y *"cateto menor"*.



Si conocemos dos lados del triángulo, podemos calcular el otro aplicando el ***"Teorema de Pitágoras"***. Sin embargo, en ocasiones _no conocemos dos de sus lados_, pero _sí se conoce mínimo un lado y uno de sus ángulos complementarios_ *(que no sea el de 90°)* y con ello se puede aplicar las **"Razones Trigonométricas"** para obtener el lado que se desea conocer sin ningún inconveniente.

La asignación de los nombres de un triángulo rectángulo está basado en relación de sus lados, pero también se puede estipular los nombres más específicos de los lados de los triángulos _con base a un ángulo complementario del de 90°_ que se desee trabajar con él como se mencionará a continuación.



Se puede decir que se tiene un **triángulo rectángulo ABC** con un **ángulo "α"** a trabajar y con base a ese ángulo, se puede determinar los lados de un triángulo rectángulo como visualiza en el diagrama

Empezaremos con el lado más fácil de ubicar que es la **hipotenusa**. Este lado siempre _va a ser el que se va a encontrar opuesto al ángulo de 90_°. El lado que se encuentre _enfrente (opuesto) al ángulo a trabajar (ángulo "α")_ va a ser el **cateto opuesto**, mientras que _el lado que se encuentre formando al ángulo a trabajar_ *(junto con la hipotenusa)* va a ser el **cateto adyacente o contiguo** *(dependiendo la bibliografía)*.

Tema #2 – Razones Trigonométricas

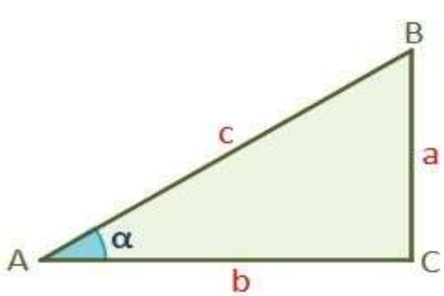
https://www.youtube.com/watch?v=NFcbb3BX-70
https://www.youtube.com/watch?v=8zVW0U2jn8U
https://www.youtube.com/watch?v=CRg5jQRj1Hg
https://www.youtube.com/watch?v=ZRLaVT8E3Zs
https://www.youtube.com/watch?v=yVTQ0oJBGag
https://www.youtube.com/watch?v=D8_VzxGvOuE

Razones Trigonométricas

Con el propósito de buscar la relación que existe entre los lados y ángulos de un triángulo rectángulo, se definieron una serie de funciones, las que han sobrepasado su fin original para convertirse en elementos matemáticos estudiados en sí mismos y con aplicaciones en los campos más diversos.

El triángulo ABC es un triángulo rectángulo; lo usaremos para definir las razones ***seno***, ***coseno*** y ***tangente***, del ángulo **"α"** corresponde al vértice **A** situado en el centro de la circunferencia.

Seno

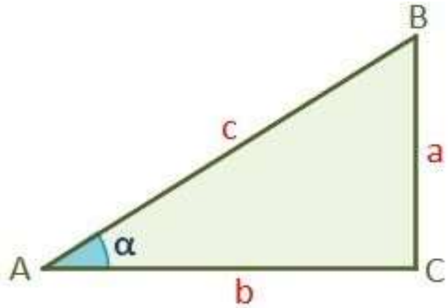


El **seno** de un **ángulo "α"** se define como la **razón** entre el **cateto opuesto** (*a*) y la **hipotenusa**(*c*).

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$$

Su abreviatura son *sen* o *sin* (del latín *sinus*).

Coseno

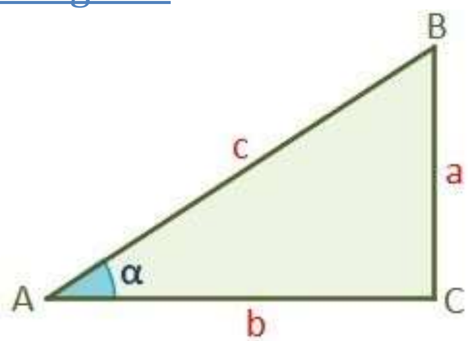


El **coseno** de un **ángulo "α"** se define como la **razón** entre el **cateto contiguo** o cateto adyacente (*b*) y la **hipotenusa** (*c*).

$$\cos \alpha = \frac{\textit{cateto contiguo}}{\textit{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

Su abreviatura es *cos* (del latín *cosinus*).

Tangente



La **tangente** de un **ángulo "α"** es la **razón** entre el **cateto opuesto** (*a*) y el **cateto contiguo** o cateto adyacente (*b*).

$$\tan \alpha = \frac{\textit{cateto opuesto}}{\textit{cateto contiguo}} = \frac{a}{b}$$

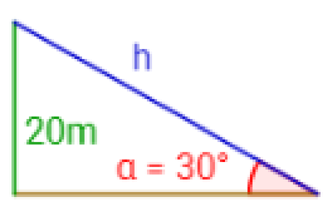
Su abreviatura son *tan* o *tg*.

Ejemplos de problemas con aplicación de razones trigonométricas

En los siguientes ejemplos se podrá visualizar como se debe de aplicar en su planteamiento las razones trigonométricas. Recordando que en trigonometría cuando se conozcan 2 lados de un triángulo rectángulo y se dese conocer el tercero, se puede utilizar el "Teorema de Pitágoras" pero si no se tienen dos de los 3 lados de un triángulo rectángulo, pero se conoce uno de ellos y un ángulo, se puede aplicar las razones trigonométricas para su resolución solo revisando la posición del ángulo y que lado conoces de los tres que se tienen como se verá a continuación:

Problema 1

Se desea sujetar un poste de 20 metros de altura con un cable que parte de la parte superior del mismo hasta el suelo de modo que forme un ángulo de 30º.



Calcular el precio del cable si cada metro cuesta 12$.

Solución

Como conocemos el lado opuesto, $a = 20m$, utilizamos el seno para calcular la hipotenusa del triángulo:

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{h} \rightarrow$$

$$h = \frac{a}{\sin(\alpha)}$$

Sustituimos el ángulo y el lado:

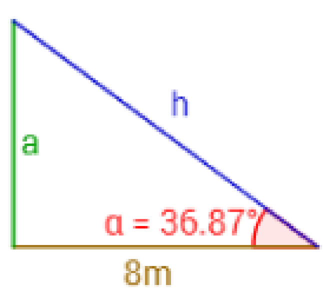
$$h = \frac{20}{\sin(30°)} =$$

$$= \frac{20}{0,5} = 40\ m$$

Luego el cable debe medir 40 metros y su precio es de 480$:

$$40 \cdot 12\$ = 480\$$$

Problema 2



Calcular la altura, a, de un árbol sabiendo que, si nos situamos 8 metros de la base del tronco, vemos la parte superior de su copa en un ángulo de 36.87º.

Solución

Como la altura a es el cateto opuesto al ángulo, utilizaremos el seno:

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{h} \rightarrow$$

$$a = h \cdot \sin(\alpha)$$

Pero como necesitamos calcular la hipotenusa h del triángulo, utilizamos el coseno:

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{h}$$

Sustituimos los datos:

$$\cos(36,87^\circ) = \frac{8}{h}$$

La hipotenusa mide

$$h = \frac{8}{\cos(36,87^\circ)} =$$

$$= \frac{8}{0,799} =$$

$$= 10,01\ m$$

Por tanto, la altura del árbol es

$$a = h \cdot \sin(\alpha) =$$

$$= 10,01 \cdot \sin(36,87^\circ) =$$

$$= 10,01 \cdot 0,6 =$$

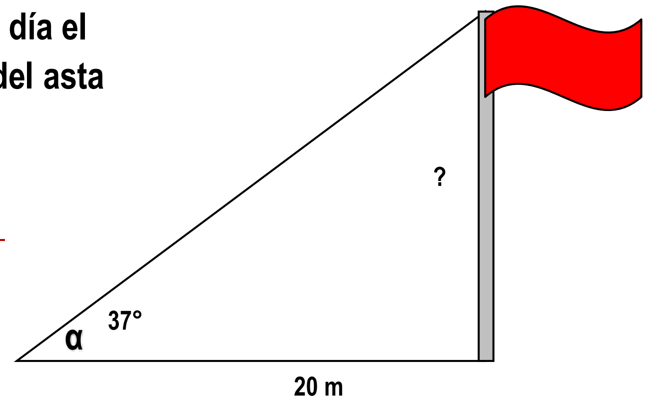
$$= 6,006\ m$$

Tema #3 – Resolución de Problemas aplicando Razones Trigonométricas

Resuelve los siguientes problemas propuestos aplicando las razones trigonométricas para encontrar el valor desconocido y así poder darle una respuesta a la incógnita del problema. No se te olvide escribir el planteamiento del problema y los procedimientos como las operaciones para encontrar el resultado.

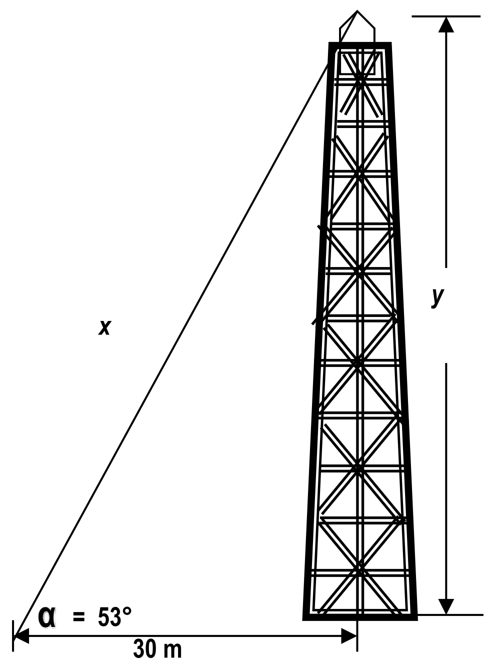
1.- ¿Cuál es la altura del asta bandera, si a cierta hora del día el ángulo que forma el extremo de su sombra con la punta del asta mide 37°?

R = ____



2. ¿Cuál es la altura de la torre y la longitud del tirante que la sostiene?

R = ____



3. Un puente de 18 m de largo atraviesa por una barranca como se muestra en el siguiente esquema. ¿Cuál es la profundidad de la barranca?

R = ____